Feynman 传播子和路径积分

许如清[*]

2018 年 1 月 8 日

时间演化算子和传播子

在 Schrodinger 图象下, 非相对论性量子力学的基本规律由态矢 $|\psi\rangle$ 随时间的演化来描述, 演化的规则由如下的 Schrodinger 方程描述:

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = \hat{H}|\psi\rangle, \tag{1}$$
$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{O}(t) = 0 \text{ (implicit)} \tag{2}$$

式中 H 为体系的 Hamiltonian 算符. 若零时刻的态 $|\psi(0)\rangle$ 已知, 则之后任意时刻 t 的态 $|\psi(t)\rangle$ 可由时间演化算符 *(time development operator)* 作用于初态得到:

$$|\psi(t)\rangle = U(t,0)|\psi(0)\rangle. \tag{3}$$

比较式 3 和 1 我们可以得到时间演化算符的形式:

$$\hat{U}'(t_f,t_i) = \exp\left(-i\hat{H}(t_f-t_i)\right). \tag{4}$$

式 4 给出了对于任意 t 顺序均成立的时间演化算符表示. 但是考虑到真实世界中时间不可能倒退, 我们经常要求 $t_f < t_i$ 的时间演化算子为零 (当然, 考虑到 3 的形式, 时间反演依然可以用 $U^\dagger(t_f,t_i)$):

$$\begin{aligned}\hat{U}(t_f,t_i) &= \theta(t)\hat{U}'(t_f,t_i) \\ &= \begin{cases} \exp i\hat{H}(t_f-t_i) & t_f \geq t_i \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}.\end{aligned} \tag{5}$$

选取任意表象 (正交归一完备基组) Schrodinger 表象下的时间演化算符在改组表象之下的投影矩阵元 $\langle n|U(t,0)|n'\rangle$ 被定义为传播子 *(propagator)*. 传播子描述的是在一定的 Hamiltonian 描述下系统在各个态之间的跃迁几率. 若所取的表象是非严格归一化的坐标表象: $\langle x \mid x'\rangle = \delta(x-x')$, $|x\rangle\langle x| = \hat{1}$, 则该种传播子被称为 *Feynman* 传播子: [1]

$$D_F(x,t;x',t') := \langle x|\hat{U}(t-t')|x'\rangle. \tag{6}$$

注意: 至此所有的推导均是在 Schrodinger 表象下进行的. 如果我们在其他表象之下把式 6 的一般形式写出来, 则作为表象的基矢 $|x\rangle$ 应是时间依赖的:

$$D_F(x,t;x',t') := \langle x,t|\hat{U}_{H,I,\text{etc.}}(t-t')|x',t'\rangle. \tag{7}$$

这里我们先转而讨论 Heisenberg 图象之下的情形. 考虑到在 Heisenberg 图象之下态矢不随时间演化 $\partial_t|\psi\rangle = 0$, 取而代之的是所有观察算子 $\hat{O}(t)$ 的行为变得依赖于时间, 进而它们的本征态 $|\tau\rangle$ 也随时间演化:

$$\hat{O}_H(t) = \hat{U}^{-1}\hat{O}_S\hat{U} \tag{8}$$
$$|\tau,t\rangle_H = \hat{U}^{-1}|\tau\rangle_S. \tag{9}$$

如果我们在 Heisenberg 图象下也定义一个 “时间演化算符”, 我们轻易就会发现它是常算符 $\hat{1}$ [2], 所以我们可以验证本征矢的如下演化关系:

$$\begin{aligned}\langle x,t|_H\hat{U}_H(t,0)|x',0\rangle_H &= \langle x|U(t)\hat{U}_HU^\dagger(t)|x'\rangle \\ &= \langle x|\exp\left(-i\hat{H}t\right)\underbrace{\hat{U}_H(t,0)}_{\hat{1}}\exp\left(i\hat{H}t\right)|x'\rangle.\end{aligned} \tag{10}$$

将这个传播子仿照上面式 5 进行正时改造, 可以得到: $\hat{U}_H(t,0) = \theta(t)$.

现转而考虑 Heisenberg 图象下的时间演化算子, 由 $|t\rangle = \hat{U}(t)|t\rangle_H = \hat{U}(t)|0\rangle$ 代入 Schrodinger 方程 1

[*] rbh1998@mail.ustc.edu.cn Dept. of Mod. Phys., USTC

[1] 至此为止为第一周上课内容.

[2] 从此开始我们使用简记 $U(t) := U(t,0)$

可得:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\hat{U}\left(t\right)=\hat{H}\hat{U}\left(t\right) \tag{11}$$

$$\left.U\left(t\right)\right|_{t=0}=\hat{1}. \tag{12}$$

这样, Feynman 传播子在 Heisenberg 表象下就可以表示为:

$$D_F\left(x,t;x',t'\right)=\left\langle x,t\mid x',t'\right\rangle, \tag{13}$$

i.e. $|x',t'\rangle$ 在终了时刻 t 的本征态 $|x,t\rangle$ 上的投影.

传播子的时序展开与路径积分

求解 Schrodinger 方程可以利用一个固定的标架展开, 也可以化为积分来处理. 现考虑如下的函数:

$$\left\langle x,t\right|T\left(\hat{x}\left(t_1\right),\hat{x}\left(t_2\right),\cdots,\hat{x}\left(t_n\right)\right)\left|x',t'\right\rangle, \tag{14}$$

其中 $T\left(\cdots\right)$ 表示括号中个观察算子的编时算子, 它表示将括号内的各个观察算子按时序编排[3]. 由于对各个时刻的观察算子, 有本征态完备性关系 $\int\mathrm{d}x_j\left|x_j,t_j\right\rangle\left\langle x_j,t_j\right|=\hat{1}$, 将其插入 13 中可得:

$$\begin{aligned}D_F&=\left\langle x,t\right|\hat{1}\hat{1}\cdots\hat{1}\left|x',t'\right\rangle \\ &=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x_2\mathrm{d}x_3\cdots\mathrm{d}x_n\prod_{j=1}^{N}\left\langle x_j,t_j\mid x_{j-1},t_{j-1}\right\rangle.\end{aligned} \tag{15}$$

又由 Schrodinger 表象之下有

$$\left\langle x_j,t_j\mid x_{j-1},t_{j-1}\right\rangle=\left\langle x_j\right|\exp i\hat{H}\left(t_j-t_{j-1}\right)\left|x_{j-1}\right\rangle, \tag{16}$$

我们可以对这数个矩阵元进行计算. 但这里有个困难: 在 $\hat{H}=\hat{p}^2/2m+V\left(\hat{x}\right)$ 中算子 $\hat{H}$ 和 $\hat{V}$ 不对易. 为了克服这个困难, 我们需要将上面 $t_1,t_2,\cdots,t_n$ 的间隔取得尽可能小, 使得 $\exp(\cdots)$ 展开后的 CBH 对易子可以忽略. 这样就有:

$$\begin{aligned}&\left\langle x_j,t_j\mid x_{j-1},t_{j-1}\right\rangle \\ &=\left\langle x_j\right|\hat{1}-i\varepsilon\left(\hat{p}^2/2m+V\left(\hat{x}\right)\right)\left|x_{j-1}\right\rangle+\mathcal{O}\left(\varepsilon^2\right) \\ &=\left(1-i\varepsilon V\left(x_j\right)\right)\underbrace{\left\langle x_j\mid x_{j-1}\right\rangle}_{\delta\left(x_j-x_{j-1}\right)}-i\varepsilon\left\langle x_j\right|\frac{\hat{p}^2}{2m}\left|x_{j-1}\right\rangle+O(\varepsilon^2) \\ &=\left(1-i\varepsilon V\left(x_j\right)\right)\left\langle x_j\mid x_{j-1}\right\rangle \\ &\quad-\frac{i\varepsilon}{2m}\left(-i\frac{\partial}{\partial x_j}\right)^2\left\langle x_j\mid x_{j-1}\right\rangle+O(\varepsilon^2)\end{aligned} \tag{17}$$

[3]注意: 我们现在还在 Heisenberg 图像之下, 不同时刻的观察算子互相不对易.

现在我们要对上式作积分, 考虑到 Fourier 定理:

$$\delta\left(x_j-x_{j-1}\right)=\int\frac{\mathrm{d}p}{2\pi}\exp ip\left(x_j-x_{j-1}\right), \tag{18}$$

得到:

$$\begin{aligned}&\left\langle x_j,t_j\mid x_{j-1},t_{j-1}\right\rangle \\ &=\int\frac{\mathrm{d}p}{2\pi}\exp\left\{\underbrace{-i\varepsilon\left[\frac{p^2}{2m}+V\left(x_j\right)\right]}_{\text{OSC}}+ip\left(x_j-x_{j-1}\right)\right\} \\ &\quad+O\left(\varepsilon^2\right)\end{aligned} \tag{19}$$

上式中被标为 OSC 的项在积分 p 较大的区域会剧烈振荡导致积分发散, 为了解决这个发散问题我们需要为 m 引入一个虚数因子. 总之, 我们先认定它可以积分, 有:

$$\begin{aligned}&\left\langle x_j,t_j\mid x_{j-1},t_{j-1}\right\rangle \\ &=\left(\frac{m}{2\pi i\varepsilon}\right)^2\exp i\varepsilon\overbrace{\left[\frac{1}{2}m\left(\frac{x_j-x_{j-1}}{\varepsilon}\right)^2-V\left(x_j\right)\right]}^{L_j} \\ &\quad+O\left(\varepsilon^2\right).\end{aligned} \tag{20}$$

于是总传播子可以化为:

$$\begin{aligned}D_F&=\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=2}^{n}\mathrm{d}x_i\prod_{j=1}^{N}\sqrt{\frac{m}{2\pi i\varepsilon}}\exp i\varepsilon L_j+O\left(\varepsilon^2\right) \\ &=\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=2}^{n}\mathrm{d}x_i\sqrt{\frac{m}{2\pi i\varepsilon}}\exp i\varepsilon\sum_{j=1}^{N}L_j+O\left(\varepsilon^2\right).\end{aligned} \tag{21}$$

当时间的区间细分度 $N\to\infty$ 时, 上式收敛于精确的传播子 D_F. 而右边指数内的求和化为积分:

$$i\varepsilon\sum_{j=1}^{N}L_j\to i\int_0^t\mathrm{d}tL, \tag{22}$$

而前面的趋于无穷的积分测度并写为 $\mathcal{D}[x(t)]$, 表示对路径 $x(t)$ 的变分. 这样, Feynman 传播子就可以用 Feynman 路径积分的方式表示:

$$D_F=\int\mathcal{D}\left[x\left(t\right)\right]\exp iS, \tag{23}$$

其中 $S:=\int_0^t\mathrm{d}tL$ 被称为作用量, 积分是对始末点固定的所有轨迹进行的[4].

[4]以上为第二周上课的内容

频率表象之下的传播子

现在我们在频率 (动量) 表象之下求解传播子.[5] 首先有动量本征态的波函数:

$$\langle \mathbf{r} \mid \mathbf{p}\rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}, \tag{24}$$

而坐标、动量本征态分别按如下方式归一化:

$$\begin{aligned}\langle \mathbf{r}' \mid \mathbf{r}\rangle &= \delta^{(3)}\left(\mathbf{r}'-\mathbf{r}\right) \\ \langle \mathbf{p}' \mid \mathbf{p}\rangle &= \delta^{(3)}\left(\mathbf{p}'-\mathbf{p}\right),\end{aligned} \tag{25}$$

这样, 完备性条件就表示为[6]:

$$\int \mathrm{d}^3 p \left|\mathbf{p}\right\rangle \left\langle \mathbf{p}\right| = \hat{1}. \tag{26}$$

当然, 也可以在讲坐标空间变换到动量空间的同时将时间变换到频域:

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{r},t) &= \int \frac{\mathrm{d}^3 p}{(2\pi)^3}\psi(\mathbf{p},\omega)\exp i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\exp -i\omega t \\ &= \int \frac{\mathrm{d}^3 p}{(2\pi)^3}\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\psi(\mathbf{p},\omega)\exp -ip_\mu x^\mu.\end{aligned} \tag{27}$$

即相对论量子力学常用的形式. 式 27 中, 时域波函数到频域波函数的变换式按照如下规则进行的:

$$\begin{aligned}f(\omega) &= \int \frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{2\pi}} f(t)\exp i\omega t \\ f(t) &= \int \frac{\mathrm{d}\omega}{\sqrt{2\pi}} f(\omega)\exp -i\omega t.\end{aligned} \tag{28}$$

按照这个逻辑, 时间演化算子也可以变换到频域:

$$\hat{U}(\omega) := \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t \hat{U}(t)\exp i\omega t, \tag{29}$$

需要注意的是, 若使用为正时化的时间演化算子, 由于这个式子的被积因子的模恒为 1, 积分会发散, 这里之前所做的演化算子正时化就发挥了消除发散的作用. 不过要完全消除发散, 我们还需要再在 Hamiltonian 上加一个极小的 (趋于零的) 虚部 $\hat{H} \to \hat{H} - i\varepsilon$. 这样一来, 积分式 29 便化为:

$$\begin{aligned}\hat{U}(\omega) &= \int_0^\infty \mathrm{d}t \exp i\left(\omega - \hat{H} + i\varepsilon\right)t \\ &= \frac{1}{i\left(\omega - \hat{H} + i\varepsilon\right)} \exp i\left(\omega - \hat{H} + i\varepsilon\right)t\Big|_0^\infty \\ &= \frac{i}{\omega - \hat{H} + i\varepsilon} = i\hat{\mathcal{K}}(\omega).\end{aligned} \tag{30}$$

下面还需要证明其反变换公式:

$$\int \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} i\hat{\mathcal{K}}(\omega)\exp -i\omega t = \theta(t)\exp -i\left(\hat{H} - i\varepsilon\right)t. \tag{31}$$

利用留数定理, 这个证明并不困难: 先选取 $\hat{H}$ 的本征态作为表象:

$$\hat{\mathcal{K}} = \sum_i \frac{1}{\omega - E_i + i\varepsilon}\left|\varphi_i\right\rangle\left\langle\varphi_i\right| \tag{32}$$

代入式 31 后由于积分的其他变量都是数, 求和和投影算子可拿到积分之外. 而对于积分:

$$\int \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\frac{i}{\omega - E_i + i\varepsilon}\exp -i\omega t$$

当 $t > 0$ 时, 把积分延拓成围绕下半平面进行, 这样圆周上的分量会随着 $\exp -i\omega t$ 的虚部趋于零, 而又留数定理可以导出式 31 的实积分为下半平面上一极点上的留数 $\exp -i\left(E_i - i\varepsilon\right)$; 而当 $t < 0$ 时, 为了使圆周上的分量趋于零, 积分区间就需要选取在上平面, 然而上平面上没有被积函数的奇异点, 故积分为零. 这一论证对 $\hat{H}$ 的所有本征态都成立, 故对于整个算子, 31 成立.

简谐振子的传播子

为了演示传播子的具体功能, 我们先研究量子力学中少数可解析解的系统之一: 谐振子系统. 谐振子系统的 Lagrangian 和 Hamiltonian 分别为:

$$L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \tag{33}$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2. \tag{34}$$

我们可以对这个系统的 Hamiltonian 作上升–下降展开:

$$a = \sqrt{\tfrac{m\omega}{2}}\left(\hat{x} + i\tfrac{\hat{p}}{m\omega}\right) \quad a^\dagger = \sqrt{\tfrac{m\omega}{2}}\left(\hat{x} - i\tfrac{\hat{p}}{m\omega}\right), \tag{35}$$

[5] 这里我们继承初等量子力学常用的 $\mathbf{r}, \mathbf{p}$ 之归一化条件, 和上课所用有所区别.

[6] 这样, 6 维像空间的积分测度为 1.

使得:

$$\hat{a}^\dagger\hat{a} = \frac{1}{2}m\omega\left(\hat{x}^2 + \frac{\hat{p}^2}{m^2\omega^2} + i\frac{1}{m\omega}\underbrace{[x,p]}_{i}\right) = \frac{\hat{H}}{\omega} - \frac{1}{2}. \tag{36}$$

这样, 原体系的算子就可以被表示成:

$$\hat{H} = \omega\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) \tag{37}$$

$$\hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2m\omega}}\left(a + a^\dagger\right) \tag{38}$$

$$\hat{p} = \frac{-im\omega}{\sqrt{2m\omega}}\left(a - a^\dagger\right). \tag{39}$$

这样以来, 在 Heisenberg 图像下求解体系的运动就化为了求解上升–下降算符 $a, a^\dagger$ 随时间的演化. 由 Heisenberg 方程, 我们有:

$$\frac{\partial\hat{a}(t)}{\partial t} = i\left[\hat{H}, \hat{a}(t)\right] = -i\omega a(t). \tag{40}$$

由此得到:

$$\hat{a}(t) = \hat{a}(t=0)\exp -i\omega t. \tag{41}$$

在 $\hat{V}$ 含有 $\hat{x}^2$ 之外的项, 若仍定义升降算符 $\hat{a}^\dagger, \hat{a}$, 则可以对系统作谐振子展开:

$$\hat{H} = \underbrace{\hat{H}_0}_{\text{Harmonic}} + \hat{V} \quad \frac{\partial}{\partial t}\hat{a}(t) = -i\left[\hat{H}_0 + \hat{V}, \hat{a}(t)\right]. \tag{42}$$

此时我们就需要转入相互作用图象:

$$\exp i\hat{H}_0 t : S \to I. \tag{43}$$

相互作用图象中, 我们利用 $\hat{H}_0$ 已经被解清楚这一事实, 相互作用图象中态矢 $|t\rangle_I$ 的演化规则是:

$$\begin{aligned} i\frac{\partial}{\partial t}|t\rangle_I &= i\frac{\partial}{\partial t}\left(\exp i\hat{H}_0 t\,|t\rangle\right) && (44)\\ &= -\hat{H}_0\underbrace{\left(\exp i\hat{H}_0 t\,|t\rangle\right)}_{|t\rangle_I} - \exp i\hat{H}_0 t\hat{H}\underbrace{|t\rangle}_{\exp -i\hat{H}_0 t|t\rangle_I} \\ &= \left(\exp i\hat{H}_0 t\hat{H}\exp -i\hat{H}_0 t - \hat{H}_0\right)|t\rangle_I \\ &= \exp i\hat{H}_0 t\underbrace{\left(\hat{H} - \hat{H}_0\right)}_{\hat{V}}\exp -i\hat{H}_0 t|t\rangle_I && (45)\\ &= \hat{V}_I|t\rangle_I && (46) \end{aligned}$$

这样, 我们就把自由理论的 Heisenberg 图象转入了关于扰动的相互作用图象.

最后我们对 Feynman 传播子关于已对角化的谐振子的各个能级作如下展开: [7]

$$\begin{aligned} D_F(x,t;x',0) &= \langle x,t \mid x',0\rangle && (47)\\ &= \langle x|\exp -i\hat{H}t\,|x'\rangle \\ &= \sum_n \langle x \mid n\rangle\langle n|\exp -i\hat{H}t\,|x'\rangle \\ &= \sum_n \exp -iE_n t\,\langle x \mid n\rangle\langle n \mid x'\rangle. \\ &= \int\mathcal{D}[x(t)]\exp i\int_{T/2}^{-T/2} L(x(t),\dot{x}(t))\,\mathrm{d}t \\ &= \lim_{N\to\infty}\left(\frac{m}{2\pi i\varepsilon}\right)^{N/2}\int\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2\cdots\mathrm{d}x_{N-1}(\cdots) \end{aligned}$$

若是令时间含有一个微小的虚的扰动项, 则当 $t\to\infty$ 时能量高于 E_0 的态分量均会趋于零.

含时微扰论: 传播子的应用

我们现在考虑式 44 所描述的动力学. 由 $|t\rangle_I = \hat{U}_I(t)|0\rangle_I$ 相互作用图象下的时间演化算子满足关系:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\hat{U}_I(t) = \hat{V}_I(t)\hat{U}_I(t). \tag{48}$$

我们可以把式 48 改写成自洽的积分形式:

$$\hat{U}_I = \hat{1} - i\int_0^t \mathrm{d}t'\hat{V}_I(t')\hat{U}_I(t'). \tag{49}$$

有了这个自洽场的形式, 我们就可以对相互作用图象下的时间演化从 $\hat{1}$ 开始进行逐阶展开:

$$\begin{aligned} \hat{U}_I &= \hat{1} - i\int_0^t \mathrm{d}t'\hat{V}_I(t') && (50)\\ &\quad + (-i)^2\int_0^t \mathrm{d}t_2\int_0^{t_2}\mathrm{d}t_1\hat{V}_I(t_2)\hat{V}_I(t_1) + \cdots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} U_I^{(n)}(t), \end{aligned}$$

其中, N 阶修正项为:

$$U_I^{(n)}(t) = (-i)^n\int_0^t \mathrm{d}t_n\cdots\int_0^{t_2}\mathrm{d}t_1\hat{V}_I(t_n)\cdots\hat{V}_I(t_1). \tag{51}$$

[7] 以上为第三周的内容.

注意上述积分的积分总体积是 n 为立方体体积的 $1/n!$, 我们可以利用编时算子进一步化简上式为[8]:

$$\begin{aligned} & U_I(t)= \\ & \quad \theta(t) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_0^t \mathrm{d}\left(t_n \cdots t_1\right) T\left(\hat{V}_I\left(t_n\right) \cdots \hat{V}_I\left(t_1\right)\right) . \end{aligned} \tag{52}$$

进一步地, 我们可以利用指数函数的展开式将这一式写成:

$$U_I(t)=\theta(t) T\left(\exp \left(-i \int_0^t \mathrm{d} t \hat{V}_I(t)\right)\right), \tag{53}$$

但千万要注意, 式 52 和 53 都只是形式表示而不可计算的. 回到 Schrodinger 图象:

$$\hat{U}_S(t)=\exp -i \hat{H}_0 t \hat{U}_I(t) \exp i \hat{H}_0 t . \tag{54}$$

现欲按式 6 计算 Feynman 传播子 D_F, 由于 $U_I(t)$ 可以按照各阶修正展开, Feynman 传播子也可以按照各阶修正展开:

$$\begin{aligned} D_F^{(n)} & =\langle x| \exp -i \hat{H}_0 t U_I^{(n)}(t) \exp i \hat{H}_0 t\left|x^{\prime}\right\rangle \\ & =\langle x| \int \mathrm{d} t_n \cdots \int \mathrm{d} t_1 \hat{U}_0\left(t, t_n\right)\left(-i \hat{V}\right) \\ & \quad \hat{U}_0\left(t_n, t_{n-1}\right) \cdots\left|x^{\prime}\right\rangle . \end{aligned} \tag{55}$$

在式 55 各个时间演化算符两边插上 $\hat{x}$ 的完备性关系就可以得到:

$$\begin{aligned} D_F^{(n)}= & \int \mathrm{d} t_n \cdots \mathrm{d} t_1\left(\prod_1^n-i V\left(x_i\right)\right) \\ & D_F^{(0)}\left(x, t ; x_n, t_n\right) \cdots D_F^{(0)}\left(x_1, t_1 ; x^{\prime}, 0\right), \end{aligned} \tag{56}$$

它表示系统在按照未扰动的时间演化算子演化的过程中与势场作用 n 次的修正项. 用 Feynman 图表示就是图 1.

当然, 也可以将时间演化算符通过 Fourier 变换的方式在频率表象之下展开:

$$\hat{U}(\omega)=\hat{U}^{(0)}(\omega)+U^{(0)}(\omega)\left(-i \hat{V}\right) U^{(0)}(\omega)+\cdots, \tag{57}$$

其中 $\hat{U}^{(0)}(\omega)=1/\left(\omega-\hat{H}_0+i \varepsilon\right)$ 已知.

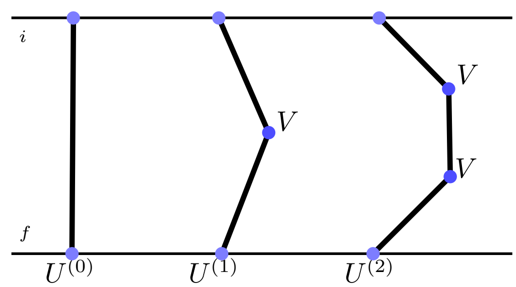

图 1: 零、一、二阶的微扰传播子的 Feynman 图.

[8] 顺便再把正时化做了